

Το πρόγραμμα GRComPaS του Δ. Νταλαμπέκου δείχνει ότι η Ελλάδα διαθέτει και ανθρώπους και ιδέες

Fractals: η τρίτη γεωμετρία και το στοίχημα της έρευνας

Σε μια εποχή χαμηλών προσδοκιών, η είδηση ότι ο επίκουρος καθηγητής του Μαθηματικού Τμήματος ΑΠΘ Δημήτριος Νταλαμπέκος εξασφάλισε χρηματοδότηση 1,3 εκατομμυρίων ευρώ για πέντε χρόνια από το πρόγραμμα ERC Starting Grant 2025 λειτούργησε σαν υπενθύμιση και ικανοποίησε και την κοινωνία: η χώρα διαθέτει ανθρώπους και ιδέες.

του ΠΑΝΤΕΛΗ ΣΑΒΒΙΔΗ

Αυτό που συχνά λείπει είναι η συνέπεια και η οργάνωση. Το αντικείμενο της έρευνάς του; Τα fractals, γνωστά και ως τα πιο πολύπλοκα σχήματα της φύσης.

Από τον Ευκλείδη έως τις μη ευκλείδειες γεωμετρίες, συνηθίσαμε να περιγράφουμε τον κόσμο με καθαρές μορφές: ευθείες, κύκλους, λείες επιφάνειες. Η φύση όμως είναι τραχιά: ακτογραμμές, ορεινοί όγκοι, ποτάμια δίκτυα, αγγειακές δομές. Εδώ εμφανίζονται τα fractals, δηλαδή η «τρίτη γεωμετρία» που περιγράφει ακανόνιστα σχήματα.

Κύριο γνώρισμά τους η αυτομοιότητα: όποιο κομμάτι ενός fractal και αν μεγεθύνεις, επανέρχεται ένα μοτίβο που θυμίζει το όλον. Δεν είναι απλά όμορφες εικόνες υπολογιστών. Είναι μια γλώσσα μορφών για να κατανοούμε συστήματα στα οποία η πολυπλοκότητα δεν «στρογγυλεύεται» με τυπικές γραμμές.

Στα τέλη του 19ου αιώνα, «παράξενα» αντικείμενα — η καμπύλη του Πέανου που περνά από ένα επίπεδο χωρίς να αφήνει ένα σημείο ακάλυπτο, η καμπύλη του Koch με άπειρο μήκος — σόκαραν τη διαίσθηση. Ο Μπενουά Μαντελμπροτ τα βάφτισε fractal (από το λατινικό fractus, «σπασμένος/θρυμματισμένος»), υπογραμμίζοντας δύο ιδέες: τεμαχισμός και κλασματική διάσταση. Πράγματι οι διαστάσεις των fractals δεν είναι ακέραιες. Είναι κλασματικές.

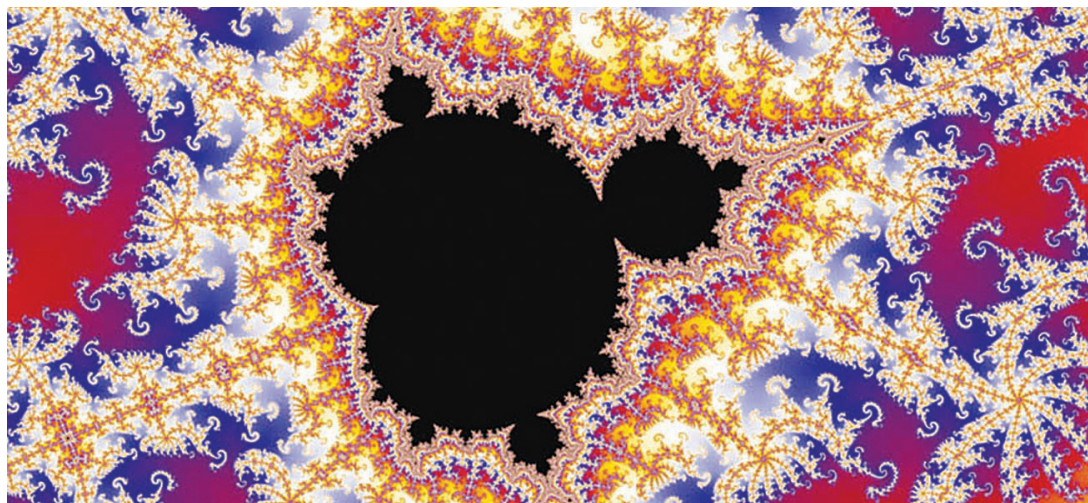
Τα fractals άνησαν μαζί με τη μελέτη των μη γραμμικών συστημάτων και της

χαοτικής δυναμικής. Εκεί, μικρές μεταβολές γεννούν μεγάλες διαφορές: η τάξη δεν εξαφανίζεται, αλλά κρύβεται σε μοτίβα επανάληψης. Το σύνολο Mandelbrot έγινε το εμβληματικό τους «πορτρέτο»: ένας απλός κανόνας επανάληψης αποκαλύπτει άπειρη ποικιλία μορφών — μαθηματικό αντικείμενο, έργο τέχνης, πολιτιστικό σύμβολο.

Η συζήτηση δεν είναι μόνο τεχνική. Αγγίζει τη φιλοσοφία: είναι το όλον απλώς άθροισμα μερών; Τα fractals δείχνουν κάτι πιο απαιτητικό: το όλον δεν είναι το αποτέλεσμα πρόσθεσης των μερών. Παράγεται από μια «συνάρτηση-γεννήτορα» που «περιχωρεί» τα μέρη. Έτσι, κάθε θραύσμα (fractal) φέρει την υπογραφή του όλου. Ούτε ο τεμαχισμός (fragmentation) ούτε ένας αφελής ολισμός (holism) επαρκούν. Ο πραγματικός αντίποδας του τεμαχισμού είναι η συναρτησιακότητα, η σχέση που γεννά και συγκρατεί το πολλαπλό.

Ο στόχος του έργου GRComPaS

Το ερευνητικό έργο GRComPaS στοχεύει σε ένα απλό αλλά ριζοσπαστικό ερώτημα: μπορεί ένα fractal να μετασχηματιστεί σε λείο σχήμα χωρίς να χαθεί η ουσία του; Αν ναι, τότε μπορούμε να «δανειστούμε» ώριμα εργαλεία της λείας γεωμετρίας και να τα εφαρμόσουμε εκεί όπου σήμερα σκκώνουμε τα χέρια. Όπως για να απεικονίσουμε τη Γη σε επίπεδο χάρτη, δεχόμαστε παραμορφώσεις αλλά διατηρούμε τις γωνίες, έτσι



Το σύνολο Mandelbrot



Το ερευνητικό έργο GRComPaS του Δ. Νταλαμπέκου στοχεύει σε ένα απλό αλλά ριζοσπαστικό ερώτημα: μπορεί ένα fractal να μετασχηματιστεί σε λείο σχήμα χωρίς να χαθεί η ουσία του;

και το πρόγραμμα GRComPaS επιχειρεί κάτι ανάλογο για τα fractals: μετασχηματισμούς όσο γίνεται σύμμορφους που «ξεδιπλώνουν» σε λείο το τραχύ χωρίς να σβήνουν την πληροφορία. Αν πετύχει, μιλάμε για γέφυρα ανάμεσα σε δύο μέχρι σήμερα ασύμβατους κόσμους.

Παράλληλα, το έργο φωτίζει τα Μιγαδικά Δυναμικά Συστήματα — το «καθαρό εργαστήριο» του χάους. Σε αντίθεση με τον καιρό, που εξαρτάται από μυριάδες παραμέτρους, εδώ τα μοντέλα είναι πιο «σφιχτά», αλλά παρ' όλα αυτά δεν τα κατανοούμε πλήρως. Ακόμα και τα απλούστερα, με μία μόνο παράμετρο, κρύβουν ζώνες αχαρτογράφητες. Η πρόσδος σε αυτή τη «μικρή» αρένα συχνά ανοίγει δρόμους μεγάλης εμβέλειας.

Κανείς δεν υπόσχεται άμε-

ση τεχνολογική έκρηξη — και σωστά. Η θεμελιώδης έρευνα συχνά ανταμείβει αργότερα: η ανάλυση Fourier γράφτηκε τον 19ο αιώνα και έγινε ραχοκοκαλιά των τηλεπικοινωνιών δεκαετίες μετά. Σήμερα, το διακύβευμα είναι θεμελιακό: να αποκτήσουμε εργαλεία για μορφές και συστήματα που κυριαρχούν στον φυσικό και ψηφιακό μας κόσμο, από τα τοπία και τα δίκτυα έως τα δεδομένα και την εικόνα.

Τα fractals δεν αντικαθιστούν τις άλλες δύο γεωμετρίες που συμπληρώνουν το πεδίο. Μας δίνουν τρόπο να μιλάμε για το «ανάμεσα»: για δομές που δεν είναι ούτε λεία τάξη ούτε τυφλή αταξία, αλλά οργανωμένη τραχύτητα. Στο επίπεδο των ιδεών, μας εκπαιδεύουν να βλέπουμε τον κόσμο όχι ως άθροισμα μερών ούτε ως αφηρημένο όλον, αλλά ως σχέση που πα-

ράγεται και επανεμφανίζεται σε κάθε κλίμακα.

Ευκαιρίες και θάρρος σε μαθητές και φοιτητές

Ο ίδιος ο κ. Νταλαμπέκος το είπε καθαρά: εύχεται το πρόγραμμα να δώσει ευκαιρίες και θάρρος σε μαθητές και φοιτητές, ιδανικά χωρίς να χρειαστεί να ξενιτευτούν. Η επιτυχία του δεν είναι μόνο προσωπική. Είναι μήνυμα ότι η πρώτης γραμμής έρευνα μπορεί να γίνεται εδώ με ορίζοντα και βάθος. Τα fractals είναι η γεωμετρία του κόσμου όπως τον ζούμε: ακανόνιστου, απρόβλεπτου, μα θαυμαστά οργανωμένου. Και το στοίχημα της ελληνικής έρευνας, με πρότζεκτ όπως το GRComPaS, είναι να μετατρέψει αυτή τη γλώσσα σε εργαλειοθήκη. Για να καταλαβαίνουμε καλύτερα να σχεδιάζουμε εξυπνότερα, να ονειρευόμαστε ψηλότερα. ■